SERIE N°4

PROF : **MOHAMED BENZINA** LYCEE PILOTE MONASTIR 2012/2013
MATHEMATIQUES 2sc

EXERCICE N° 1

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :

Soit $f(x) = 2x^4 + 2x^2 + 3x - 1$

$g(x) = ax^3 + bx^2 + 4x$ ***ou*** $a \in IR$; $b \in IR$ ***et*** $c \in IR$

$h(x) = \alpha x^4 - 2x^2 + 4x - 1$ $\alpha \in IR$

1) (-1) est une racine de f

2) f peut avoir 5 racines distincts

3) Zéro est une racine de g

4) Le degré de g est 3

5) Le degré de f+h est 4

6) On peut trouver α ***tel que le degré de f+h est 1***

7) Si $x^2 - x \geq 1$ ***alors*** $S_{IR} =]-\infty, 1]$.

8) Si $\frac{4}{x} \leq 3 - 2x$ ***alors*** $S_{IR} = [-1, 1]$.

EXERCICE N°2

Soit les polynômes $P(x) = -2x^2 - 3x + 5$, $G(x) = x^2 + 5x + 6$ ***et***

$Q(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

1) a) Factoriser les polynômes P(x) et G(x)

b) Vérifier que 1et (-2) sont des racines de Q

c) Déduire la factorisation de Q en produit des binômes de 1^{er} degré

2) Soit la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition (D_f) ***de f***

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$ ***on a :*** $f(x) = \frac{-2x-5}{(x+2)^2(x+3)}$

c) Soit $H(x) = \sqrt{f(x)}$ ***; Déterminer l'ensemble de définition de H***

d) Résoudre dans IR : $H(x) = \sqrt{x - 2012}$

EXERCICE N°3

Soient $P(x) = 4x^3 + x^2 - 11x + 6$ ***et*** $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$

1) a) Vérifier que 1 et -2 sont des racines des polynômes P et Q

b)A ton P(x) = Q(x) pour tout $x \in IR$ ***? Justifier votre réponse.***

2) a) Vérifier que $P(x) = (x-1)(x+2)(4x-3)$ ***,pour tout*** $x \in IR$

b) Déterminer trois réels a ,b et c tel que pour tout réel x de IR , on a :

$Q(x) = (x-1)(x+2)(ax^2 + bx + c)$

c) Résoudre dans IR l'équation : $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$

3) Déterminer le signe de l'expression $x^4 + 6x^3 + x^2 - 12x + 4$

EXERCICE N°4

On donne $A(x) = x^3 - 27$ et $B(x) = x^2 + 9x - 36$ ***où x est un réel***

1) Factoriser A(x) et B(x)

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ ***:***

a) A(x)=B(x)

b) A(x) – B(x) > 0

c) Sans calcul, déterminer le signe de A(2013) – B(2013)

3) Soit $P(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$

a) Déterminer D_f ***, l'ensemble de définition de P(x)***

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ ***:*** $P(x) \leq 0$

4) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ ***:*** $B(x^2) = 0$

b) Factoriser $B(x^2)$ ***; puis résoudre :*** $B(x^2) < 0$

EXERCICE N°5

1) ***Soit P le polynôme défini par: P(x) =*** $x^2 - 5x + 4$.
   - a) ***Résoudre dans IR, l'équation P(x) = 0***
   - b) ***Déterminer le signe de P(x).***
   - c) ***Résoudre dans IR, l'inéquation*** $|P(x)| < x - 1$

2) ***Soit Q le polynôme défini par : Q(x) =*** $x^3 - 7x^2 + 14x - 8$
   - a) ***Factoriser*** $x^3 - 8$ ***puis déduire que Q(x) = (x - 2) P(x).***
   - b) ***Déterminer le signe de Q(x).***
   - c) ***Résoudre dans IR, l'inéquation*** $\sqrt{Q(x)} \geq x - 2$